

Государственное бюджетное общеобразовательное учреждение города Москвы  
«Школа № 2065»

ГБОУ Школа № 2065  
Россия, 108811, г.Москва, г.Московский, 3-й микрорайон, дом 8.  
ИНН 5003096290; КПП 775101001; ОГРН 1115003007790

тел. / факс: 8 (495)410-38-95;  
email: 2065@edu.mos.ru;  
web: www.sch2065tn.mskobr.ru

ПРИНЯТО

на педагогическом совете

протокол от 27.08.2018 года №10

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель директора  
ГБОУ Школа №2065

Урсегов К.Б.  
приказ от 30.08.2018 года № 38/01-ВР



**ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ  
ПРОГРАММА**

**«Задачи с параметром»**

Направленность: техническая  
Уровень: углубленный  
Возраст обучающихся: 16-18 лет  
Срок реализации: 1 год

Составитель: педагог дополнительного  
образования Чопчян Степан Алексеевич

г. Москва, 2018

## Пояснительная записка

Актуальность рабочей программы определяется необходимостью решать такие задачи при сдаче ЕГЭ и на вступительных экзаменах по математике в вузы, и часто оказываются не под силу учащимся. Школьные учебники практически не содержат материал на эту тему, не предусматривают выработки прочных навыков решения задач с параметром для всех учащихся. Хотя, так или иначе, вопрос о решении задач с параметром рассматривается.

В самом начале знакомства с параметром у учеников возникает психологический барьер, который обусловлен противоречивыми характеристиками параметра. С одной стороны, параметр в уравнении следует считать величиной известной, а с другой – конкретное значение параметра не известно. С одной стороны, параметр является величиной постоянной, с другой – он может принимать различные значения. Получается, что параметр в уравнении – это «неизвестная известная, переменная постоянная величина». Этот «каламбур» и отражает те сложности, которые необходимо преодолевать ученикам. Задачи с параметром играют важную роль в формировании логического мышления, культуры у учащихся и позволяют в полной мере проверить знания основных разделов школьной математики, выяснить уровень логического мышления, первоначальные навыки исследовательской работы, представляют собой весьма широкое поле для полноценной математической деятельности.

Новизна программы состоит в том, что данная программа достаточно универсальна, имеет большую практическую значимость. Она доступна обучающимся. Начинать изучение программы можно с любой темы; каждая из них имеет развивающую направленность. Предлагаемая программа рассчитана на обучающихся, которые стремятся не только развивать свои навыки в применении математических преобразований, но и рассматривают математику как средство получения дополнительных знаний о профессиях.

Данная программа актуальна, так как помогает подготовить учащихся 11 классов к дальнейшему изучению курсов алгебры и геометрии, выработать у них навыки самостоятельного получения знаний, научить ориентироваться в потоке различной информации, обеспечить компетентностный подход в обучении предмету.

Педагогическая целесообразность программы объясняется тем, что сочетает в себе учебный и воспитательный аспекты. Включение в данную программу примеров и задач, относящихся к вопросам техники, производства, домашнего применения, убеждают учащихся в значении математики для различных сфер человеческой деятельности, способны создавать уверенность в полезности и практической значимости математики, ее роли в современной культуре.

*Цели программы:*

- овладение системой математических знаний и умений, необходимых для применения в практической деятельности, изучения смежных дисциплин, продолжения образования;

- интеллектуальное развитие, формирование качеств личности, необходимых человеку для полноценной жизни в современном обществе, свойственных математической деятельности: ясности и точности мысли, критичности мышления, интуиции, логического мышления, элементов алгоритмической культуры, пространственных представлений, способности к преодолению трудностей;

- формирование представлений об идеях и методах математики как универсального языка науки и техники, средства моделирования явлений и процессов;

- воспитание культуры личности, отношения к математике как к части общечеловеческой культуры, играющей особую роль в общественном развитии;

- создание условий для интеллектуального развития учащихся и формирования ценностно-смысловых компетенций школьников, с ориентацией на построение индивидуального образовательного маршрута.

*Задачи:*

формировать у учащихся целостного представления о теме, ее значения в разделе математики, связи с другими темами;

- сформировать навыки применения данных знаний при решении разнообразных задач различной сложности;

- формировать навыки самостоятельной работы;

- формировать навыки работы со справочной литературой;

- формировать умения и навыки исследовательской деятельности;

- способствовать развитию алгоритмического мышления учащихся.

Программа курса предполагает знакомство с теорией и практикой рассматриваемых вопросов и рассчитана на 82 часа (2 часа в неделю). Возраст обучающихся 16-18 лет, срок реализации программы – один год.

Отличительной особенностью данной программы заключается в том, что решение выделенных в программе задач станет дополнительным фактором формирования положительной мотивации в изучении математики, понимании единства мира, осознании положения об универсальности математических знаний.

Формы занятий: лекции с элементами беседы, вводные, эвристические и аналитические беседы, работа по группам, тестирование, выполнение творческих заданий, познавательные и интеллектуальные игры, практические занятия, консультации, семинары, собеседования, практикумы.

В результате реализации программы ожидаются результаты:

- овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми для итоговой аттестации, продолжения образования и освоения избранной специальности на современном уровне;

- развитие логического мышления, алгоритмической культуры математического мышления и интуиции, необходимых для продолжения образования;

- формирование навыков самообразования, критического мышления, самоорганизации и самоконтроля, работы в команде, умения находить, формулировать и решать проблемы.

### Учебно-тематический план

№ п/п	Название разделов, тем	Количество часов		
		Всего	Теория	Практика
1	Знакомство обучающихся друг с другом и с педагогом. Выявление уровня первичной подготовки детей.	1	1	
2	Инструктаж по технике безопасности. Вводное занятие.	1	1	
3	Основные положения и определения. Решение простейших уравнений с параметром	1	1	
4	Решение простейших уравнений с параметром	9	2	7
5	Линейные уравнения с параметром и уравнения, сводящиеся к ним	4	1	3
6	Задачи с параметром, сводящиеся к квадратным уравнениям	8	2	6
7	Уравнения высших порядков	4	1	3
8	Графический способ решения уравнений с параметром	6	2	4
9	Иррациональные уравнения	4	1	3
10	Тригонометрические уравнения	6	1	5
11	Линейные неравенства и неравенства, сводящиеся к ним	6	1	5
12	Промежуточная аттестация	2		2
13	Тригонометрические уравнения с параметрами и модулями	6	1	5
14	Метод оценки	4	1	3
15	Использование монотонности функции	4	1	3
16	Неравенства второй степени и неравенства, сводящиеся к ним	4	1	3
17	Неравенства высших степеней	4		4
18	Итоговая аттестация	8		8
	Итого:	82	18	64

## Содержание изучаемого курса

### ***Основные положения и определения. Решение простейших уравнений с параметром***

Учащиеся знакомятся с основными положениями и определениями. Узнают, что наличие параметра в уравнении предполагает постановку задачи: для каждого допустимого значения  $a$  решить уравнение относительно  $x$ . Знакомятся с формой записи ответа, где должны быть отражены, при каких значениях параметра существуют (или не существуют) решения и уметь записать их. Изучение уравнений с параметром начинается с решения простейших уравнений без ветвлений. Подобные упражнения позволяют привыкнуть к параметру, к необычной форме при решении уравнений.

Далее изучаются простейшие уравнения с небольшим числом угадываемых ветвлений. Такие уравнения помогают учащимся осмыслить определение: «Решить уравнение с параметром  $a$  - это значит для каждого значения  $x$ , найти значение  $a$  удовлетворяющее этому уравнению».

Основные требования к учащимся:

*Знать:*

- основные положения и определения;
- форму записи ответа;

*Уметь:*

- решать простейшие уравнения с параметром без ветвлений.

### ***Линейные уравнения с параметром и уравнения, сводящиеся к ним***

Учащиеся знакомятся с линейными уравнениями и уравнениями, которые сводятся к ним. Учащиеся должны понять, что при решении таких уравнений необходимо: нахождение области допустимых значений параметра; выявление при каких значениях параметра выражение  $x$  обращается в нуль; запись уравнения для каждого найденного значения параметра; нахождение его решения.

Основные требования к учащимся:

*Знать:*

- определение линейного уравнения;
- как найти область допустимых значений параметра;

*Уметь:*

- преобразовать линейное уравнение;
- найти область допустимых значений параметра;
- записывать уравнения для каждого найденного значения параметра;
- находить его решения.

### ***Задачи с параметром, сводящиеся к квадратным уравнениям***

При решении таких задач приходится работать с тремя типами моделей:

- а) вербальная модель - словесное описание задачи;
- б) геометрическая модель - график квадратичной функции;

в) аналитическая модель - система неравенств, при помощи которой описывается геометрическая модель.

Необходимо добиться, чтобы ученики установили связь между этими моделями.

Задачи следует решать по следующему алгоритму:

- 1) Уравнение записывают в виде  $f(x;a)=0$ ;
- 2) Выбирают контрольное значение параметра ( $D=0$ ,  $D>0$ ,  $D<0$ ,  $a=0$ ,  $a>0$ ,  $a<0$ ) и те значения параметра, при которых квадратный трехчлен становится неполным;
- 3) Для каждого случая строят параболу (геометрическая модель);
- 4) Геометрическую модель описывают системой неравенств (аналитическая модель);
- 5) Решают систему неравенств.

Решение уравнений становится более наглядным, более доступным, если использовать геометрическую интерпретацию.

Основные требования к учащимся:

*Знать:*

- три типа моделей для решения задач;
- знать алгоритм решения задач.

*Уметь:*

- устанавливать связь между моделями;
- решать задачи по изученному алгоритму;
- решать задачи, используя геометрическую интерпретацию.

### ***Уравнение высших порядков***

При решении уравнений высших степеней используются известные методы решения рациональных уравнений, позволяющие сводить их к равносильной совокупности уравнений более низких степеней (линейных второй степени).

Основные требования к учащимся:

*Знать:* известные методы решения рациональных уравнений, позволяющие сводить их к равносильной совокупности уравнений более низких степеней (линейных второй степени).

*Уметь:* применять известные методы решения рациональных уравнений, позволяющие сводить их к равносильной совокупности уравнений более низких степеней (линейных второй степени).

### ***Графический способ решения уравнений с параметром***

При решении задач на определение количества решений уравнений с параметром более уместен графический способ. Он удобен, более красив и экономичен. Ответ на вопрос о числе корней уравнений в зависимости от параметра дает количество точек пересечения графиков функций, стоящих в разных частях уравнения.

При этом способе развивается логическое мышление, повторяются необходимые знания по построению графиков логарифмической, показательной, квадратичной функции и обратной пропорциональности.

Основные требования к учащимся:

*Знать:* графический способ решения задач на определение количества решений уравнений с параметром.

*Уметь:* применять графический способ решения задач на определение количества решений уравнений с параметром.

### ***Иррациональные уравнения***

На занятии ознакомить учащихся с уравнениями, где хотя бы одна из частей содержит выражения с переменной  $x$  под знаком радикала, под знаком радикала может находиться и параметр. Решение иррациональных уравнений с параметром целесообразно осуществлять, используя равносильный переход.

Основные требования к учащимся:

*Знать:* понятие равносильного перехода.

*Уметь:* применять равносильный переход для решения иррациональных уравнений с параметром;

### ***Тригонометрические уравнения***

При решении тригонометрических уравнений с параметром используются алгоритмы решений тригонометрических уравнений без параметра, с помощью которых решение заданного уравнения сводится к решению простейших уравнений.

Если в простейшем уравнении параметр находится не под знаком тригонометрической функции синуса или косинуса, то для ответа на вопрос, при каких значениях параметра уравнение имеет решение, необходимо учесть ограниченность функций  $|\sin x| \leq 1$ ,  $|\cos x| \leq 1$ .

Основные требования к учащимся:

*Знать:*

- алгоритмы решений тригонометрических уравнений без параметра;
- ограниченность функций  $|\sin x| \leq 1$ ,  $|\cos x| \leq 1$ .

*Уметь:*

применять алгоритмы решений тригонометрических уравнений без параметра, с помощью которых решение заданного уравнения сводится к решению простейших уравнений;

- применять свойство ограниченности функций  $|\sin x| \leq 1$ ,  $|\cos x| \leq 1$ .

### ***Линейные неравенства и неравенства, сводящиеся к линейным***

При решении неравенств вида  $g(a)x > p(a)$  и  $g(a)x < p(a)$  целесообразно сразу же выявить те значения параметра  $a$  среди допустимых, при которых выражение при переменной  $x$  обращается в нуль ( $g(a)=0$ ). При этих значениях параметра получаем неравенство вида  $p(a) < 0$ , которое не содержит  $x$  и является либо верным, либо неверным числовым неравенством. Затем следует рассмотреть случаи:  $g(a) > 0$  и  $g(a) < 0$ .

Основные требования к учащимся:

*Знать:* как найти область допустимых значений параметра

*Уметь:* линейные неравенства и неравенства, сводящиеся к линейным.

### **Неравенства второй степени и сводящиеся к ним**

Изучить неравенство вида  $m(a)x^2+g(a)x+p(a)>0$ , где  $m(a)$ ,  $g(a)$ ,  $p(a)$ -выражения, зависящие только от параметра  $a$ . Если  $m(a)=0$ , то неравенство является линейным. Если  $m(a)\neq 0$ ; то неравенство является квадратным и его решение обусловлено расположением параболы являющейся графиком функции относительно оси  $Ox$ , которое полностью определяется знаками дискриминанта  $D=g^2-4mp$  и коэффициента  $m$ .

Основные требования к учащимся:

*Знать:* какие выражения зависят от параметра в неравенствах второй степени;

*Уметь:* решать неравенства второй степени и сводящиеся к ним.

### **Неравенства высших степеней**

Для решения неравенств вида  $b_n(a)x^n+b_{n-1}(a)x^{n-1}+\dots+b_1(a)x+b_0(a)>0$  следует разложить левую часть на множители. Затем использовать метод промежутков. В некоторых случаях решение неравенства высшей степени удастся свести к решению неравенств второй степени.

Основные требования к учащимся:

*Знать:*

- как разложить левую часть на множители в неравенствах высших степеней;
- метод промежутков.

*Уметь:*

- раскладывать левую часть на множители в неравенствах высших степеней;
- использовать метод промежутков при решении неравенств высших степеней.

## **Календарно-тематический план**

№ занятия	Содержание	Кол-во часов	Сроки (дата)	
			планируемые	скорректированные
1	Знакомство обучающихся друг с другом и с педагогом. Выявление уровня первичной подготовки детей. Инструктаж по технике безопасности. Вводное занятие.	2	1 неделя	
2	Основные положения и определения. Решение простейших уравнений с параметром	2	2 неделя	



3	Решение простейших уравнений с параметром	2	3 неделя	
4	Решение простейших уравнений с параметром	2	4 неделя	
5	Решение простейших уравнений с параметром	2	5 неделя	
6	Решение простейших уравнений с параметром	2	6 неделя	
7	Линейные уравнения с параметром и уравнения, сводящиеся к ним	2	7 неделя	
8	Линейные уравнения с параметром и уравнения, сводящиеся к ним	2	8 неделя	
9	Задачи с параметром, сводящиеся к квадратным уравнениям	2	9 неделя	
10	Задачи с параметром, сводящиеся к квадратным уравнениям	2	10 неделя	
11	Задачи с параметром, сводящиеся к квадратным уравнениям	2	11 неделя	
12	Задачи с параметром, сводящиеся к квадратным уравнениям	2	12 неделя	
13	Уравнения высших порядков	2	13 неделя	
14	Уравнения высших порядков	2	14 неделя	
15	Графический способ решения уравнений с параметром	2	15 неделя	
16	Графический способ решения уравнений с параметром	2	16 неделя	
17	Графический способ решения уравнений с параметром	2	17 неделя	
18	Иррациональные уравнения	2	18 неделя	
19	Иррациональные уравнения	2	19 неделя	
20	Тригонометрические уравнения	2	20 неделя	
21	Тригонометрические уравнения	2	21 неделя	
22	Тригонометрические уравнения	2	22 неделя	
23	Линейные неравенства и неравенства, сводящиеся к ним	2	23 неделя	
24	Линейные неравенства и неравенства, сводящиеся к ним	2	24 неделя	
25	Линейные неравенства и	2	25 неделя	

	неравенства, сводящиеся к ним			
26	Промежуточная аттестация	2	26 неделя	
27	Тригонометрические уравнения с параметрами и модулями	2	27 неделя	
28	Тригонометрические уравнения с параметрами и модулями	2	28 неделя	
29	Тригонометрические уравнения с параметрами и модулями	2	29 неделя	
30	Метод оценки	2	30 неделя	
31	Метод оценки	2	31 неделя	
32	Использование монотонности функции	2	32 неделя	
33	Использование монотонности функции	2	33 неделя	
34	Неравенства второй степени и неравенства, сводящиеся к ним	2	34 неделя	
35	Неравенства второй степени и неравенства, сводящиеся к ним	2	35 неделя	
36	Неравенства высших степеней	2	36 неделя	
37	Неравенства высших степеней	2	37 неделя	
38	Итоговая аттестация	2	38 неделя	
39	Итоговая аттестация	2	39 неделя	
40	Итоговая аттестация	2	40 неделя	
41	Итоговая аттестация	2	41 неделя	

### Методическое обеспечение

Занятия в аудитории являются основной формой работы по представленной программе.

Теоретическая часть: обучающиеся получают знания об истории развитии математики, о значении математики в жизни, о многогранности этой науки, сферах ее применения, расширяют свой кругозор. Значительная часть отводится на изучение тем, необходимых для восприятия целостной картины науки, но не вошедших в состав основного курса математики, и решению олимпиадных задач, задач ЗМШ, что помогает подготовиться к дальнейшему обучению и способствует профориентации обучающихся.

Практическая часть: учатся осуществлять как самостоятельную поисково-исследовательскую деятельность, так и работать в коллективе; логически мыслить, делать выводы, обобщать и систематизировать знания, опираясь на свой субъектный опыт; применять полученные теоретические знания и умения при изучении других предметов и в повседневной жизни.

При выборе форм и методов работы учитываются психологические особенности детей. В этом возрасте школьники проявляют повышенный

интерес к своим способностям, к выбору своей будущей профессии. Дети отличаются познавательной и творческой активностью, пытаются самоутвердиться в жизни. Руководитель должен создать условия для культурного и профессионального самоопределения, творческой самореализации личности ребенка, развития мотивации личности к познанию и творчеству. Поэтому предполагается выбор различных форм обучения. Словесные: рассказ, беседа, лекция, дискуссия, диспут, выступления с докладами-отчетами (на отчетные занятия можно приглашать учащихся, не входящих в данное объединение), наглядные: таблицы, схемы, рисунки, плакаты, графики, практические: поисково-исследовательская деятельность, изготовление газет, плакатов, издание листовок, написание рефератов, докладов, работа с учебными CD дисками и сетью Интернет.

#### Материально-техническое обеспечение

1. Компьютер.
2. Интерактивная доска
3. Проектор
4. Дидактический материал.

#### Список литературы

1. Под ред. А.Л. Семенов, И.В. Яценко. Типовые варианты заданий ЕГЭ 2015, АСТ Астрель, Москва, 2015.
2. Л.Д. Лаппо, М.А. Попов. Математика. Практикум по выполнению типовых тестовых заданий ЕГЭ. Изд. «Экзамен» Москва, 2014.
3. И.В. Яценко, С.А. Шестаков, П.И. Захаров. Математика ЕГЭ. Тематическая рабочая тетрадь. Изд. МЦНМО «Экзамен», Москва, 2015.
4. Под ред. А.Л. Семенов, И.В. Яценко. Математика ЕГЭ. Типовые тестовые задания. Изд. «Экзамен» Москва, 2015.
5. Белошистая А.В. Математика: Тематическое планирование уроков подготовки к экзамену-М: Издательство «Экзамен», 2007.
6. Мирошин В.В. Алгебра и начала анализа. 11 класс. 180 диагностических вариантов-М: Национальное образование, 2012.
7. Шарыгин И.Ф. Факультативный курс по математике 11 кл. М.: Просвещение, 1989.
8. Зорин В. В. Пособие по математике для поступающих в вузы. – 2-е изд., М.: «Высшая школа», 1969.