

ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ ГОРОДА МОСКВЫ

Государственное бюджетное общеобразовательное учреждение «Школа №171»

Принято на заседании
педагогического совета
Протокол № 1
От 30.08. 2017 г.



«УТВЕРЖДАЮ»

Директор ГБОУ Школа №171

Л.П. Карпенко

« 01 » сентября 2017 г.

Приказ от 01.09.2017 № 8/1

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБЩЕРАЗВИВАЮЩАЯ ПРОГРАММА

«Решаем уравнения и неравенства с параметром»

Направленность: естественнонаучная

Уровень программы: ознакомительный

Возраст учащихся: 15-17 лет

Срок реализации: 9 месяцев (68 часов)

Автор-составитель:

Романова Наталья Александровна,

Учитель математики

Москва 2017

Данный курс выполняет функцию поддержки основных курсов цикла математического образования старшей школы и ориентирован на углубление и расширение предметных знаний по математике и соответствующих компетентностей по ним. Программа элективного курса состоит из образовательного раздела продолжительностью 68 часа по теме: «Решение уравнений и неравенств с параметрами». Данная программа своим содержанием может привлечь внимание учащихся 10 – 11 классов, которым интересна элементарная математика и ее приложения. Предлагаемый курс освещает вопросы, оставшиеся за рамками школьного курса математики. Он выполняет следующие основные функции: развитие содержания базовых учебных предметов по математике, что позволяет поддерживать их изучение на профильном уровне и получить дополнительную подготовку к сдаче единого государственного экзамена; удовлетворение познавательного интереса обучающихся, выбравших для себя те области деятельности, в которых математика играет роль аппарата. Ученик должен чувствовать эстетическое удовлетворение красиво оформленной задачи, от установленной возможности приложения математики к другим наукам. В процессе реализации элективного курса можно использовать разнообразные подходы к организации занятий как академические лекции, семинары, уроки, так и проектную и исследовательскую деятельность, практики, игровые технологии и т.д.

ВВЕДЕНИЕ

Изучение многих физических процессов и геометрических закономерностей часто приводит к решению задач с параметрами. Наиболее трудной и важной частью решения таких задач является исследование процесса в зависимости от параметров.

Задачи с параметрами включены в содержание ЕГЭ по математике и очень часто оказываются не по силам обучающимся. Это, вообще говоря, неудивительно, поскольку у большинства учащихся нет должной свободы в общении с параметрами.

Появление таких задач на экзамене далеко не случайно, так как с их помощью проверяется техника владения формулами элементарной математики, методами решения уравнений и неравенств, умение выстраивать логическую цепочку рассуждений (без чего решение задач с параметрами невозможно) и уровень логического мышления учащихся.

Необходимость введения элективного курса «Решение уравнений и неравенств с параметрами» обусловлена тем, что практика вступительных экзаменов далеко оторвалась от школы и достаточно велика разница между требованиями, которые предъявляет к своему выпускнику школа, и требованиями, которые предъявляет к своему поступающему вуз, особенно вуз высокого уровня. В процессе решения задач с параметрами приобретаются определенные умения исследовательской работы.

Цель курса – научить учащихся методам решения задач с параметрами, помочь преодолеть психологический барьер, который обусловлен противоречивыми характеристиками параметра. С одной стороны, параметр в уравнении следует считать величиной известной, а с другой – конкретное значение параметра неизвестно. С одной стороны, параметр является величиной постоянной, а с другой – может принимать различные значения. Получается, что параметр – неизвестная известная, переменная постоянная величина.

Пояснительная записка

В связи с переходом на профильное обучение возникла необходимость в обеспечении углубленного изучения математики и подготовки учащихся к продолжению образования.

Предлагаемый элективный курс «Решение уравнений и неравенств с параметрами» составлен на основе авторской программы Д.Ф. Айвазяна с одноименным названием и является предметно-ориентированным и предназначен для учащихся 11 классов общеобразовательной школы для расширения теоретических и практических знаний учащихся. Решение уравнений, содержащих параметры, – один из труднейших разделов школьного курса. Запланированный данной программой для усвоения учащимися объем знаний необходим для овладения ими методами решения некоторых классов заданий с параметрами, для обобщения теоретических знаний. В процессе решения задач с параметрами приобретаются определенные умения исследовательской работы. Трудности при решении задач с параметрами обусловлены тем, что наличие параметра заставляет решать задачу

не по шаблону, а рассматривать различные случаи, при каждом из которых методы решения существенно отличаются друг от друга. Так же необходимо хорошо знать свойства функций и выделять те, которые нужно применять в конкретном случае.

Главная цель предлагаемой программы не подготовка к вступительному экзамену (хотя и это важно), не дать определённый объём знаний, готовых методов решения нестандартных задач (всех знаний дать невозможно), но научить самостоятельно мыслить, творчески подходить к любой проблеме. Это создаст предпосылки для рождения ученика как математика-профессионала, и даже если это не произойдёт, умение мыслить творчески, нестандартно, не будет лишним в любом виде деятельности в будущей жизни ученика.

Поэтому **целью данного курса** является изучение избранных классов уравнений с параметрами и научное обоснование методов их решения, а также формирование логического мышления и математической культуры у школьников.

Курс имеет общеобразовательное значение, способствует развитию логического мышления учащихся. Программа данного элективного курса ориентирована на приобретение определенного опыта решения задач с параметрами. Курс входит в число дисциплин, включенных в компонент учебного плана образовательного учреждения. Изучение данного курса тесно связано с такими дисциплинами, как алгебра, алгебра и начала анализа, геометрия.

В результате курса учащиеся должны научиться применять теоретические знания при решении уравнений и неравенств с параметрами, знать некоторые методы решения заданий с параметрами (по определению, по свойствам функций, графически и т. д.)

Данный курс представляется особенно актуальным и современным, так как расширяет и систематизирует знания учащихся, готовит их к более осмысленному пониманию теоретических сведений. Данный курс имеет существенное образовательное значение для изучения алгебры.

Задачи курса:

- овладение системой знаний об уравнениях с параметром как о семействе уравнений, что исключительно важно для целостного осмысления свойств уравнений и неравенств, их особенностей;
- овладение аналитическим и графическими способами решения задач с параметром;
- приобретение исследовательских навыков в решении задач с параметрами;
- формированию логического мышления учащихся;
- вооружению учащихся специальными и общеучебными знаниями, позволяющими им самостоятельно добывать знания по данному курсу;
- подготовка учащихся к сдаче ЕГЭ и поступлению в ВУЗы.

Содержание курса предполагает работу с различными источниками математической литературы. Содержание каждой темы элективного курса включает в себя самостоятельную работу учащихся.

Данный курс рассчитан на 68 часа и содержит следующие **основные разделы**:

Введение. Понятие уравнений с параметрами. Первое знакомство с уравнениями, содержащими параметр.

1. Линейные уравнения, неравенства и их системы.
2. Квадратные уравнения и неравенства.
3. Аналитические и геометрические приемы решения задач с параметрами.
4. Решение различных видов уравнений и неравенств с параметрами.

Задачи программы:

- познакомиться с понятиями «параметр», «уравнение с параметром», «неравенство с параметром», «система уравнений с параметром», «система неравенств с параметром».
- различать условия параметрических задач;
- научиться решать уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств с параметром аналитическим и графическим способами;
- научиться математически грамотно оформлять решение задач с параметром.

Ожидаемые результаты

Учащийся *должен знать*:

- понятие параметра;

- что значит решить уравнение с параметром, неравенство с параметром, систему уравнений и неравенств с параметром;
- основные способы решения различных уравнений, неравенств и систем уравнений и неравенств с параметром (линейных и квадратных);
- алгоритмы решений задач с параметрами;
- зависимость количества решений неравенств, уравнений и их систем от значений параметра свойства решений уравнений, неравенств и их систем;
- свойства функций в задачах с параметрами.

Учащийся *должен уметь*:

- определять вид уравнения (неравенства) с параметром;
- выполнять равносильные преобразования;
- применять аналитический или функционально-графический способы для решения задач с параметром;
- осуществлять выбор метода решения задачи и обосновывать его;
- использовать в решении задач с параметром свойства основных функций;
- выбирать и записывать ответ;
- решать линейные, квадратные уравнения и неравенства; несложные иррациональные, тригонометрические, показательные и логарифмические уравнения и неравенства с одним параметром при всех значениях параметра.

Учащийся *должен владеть*:

- анализом и самоконтролем;
- исследованием ситуаций, в которых результат принимает те или иные количественные или качественные формы.

Изучение данного курса дает учащимся возможность:

- повторить и систематизировать ранее изученный материал школьного курса математики;
- освоить основные приемы решения задач;
- овладеть навыками построения и анализа предполагаемого решения поставленной задачи;
- познакомиться и использовать на практике нестандартные методы решения задач;
- повысить уровень своей математической культуры, творческого развития, познавательной активности;
- познакомиться с возможностями использования электронных средств обучения, в том числе Интернет-ресурсов;
- усвоить основные приемы и методы решения уравнений, неравенств, систем уравнений с параметрами;
- применять алгоритм решения уравнений, неравенств, содержащих параметр;
- проводить полное обоснование при решении задач с параметрами;
- овладеть исследовательской деятельностью.

Формы работы: лекционно-семинарская, групповая и индивидуальная.

Методы работы: исследовательский и частично-поисковый.

Виды деятельности на занятиях: лекция, беседа, практикум, консультация.

При решении задач с параметрами одновременно активно реализуются основные методические принципы:

- *принцип параллельности* – следует постоянно держать в поле зрения несколько тем, постепенно продвигаясь по ним вперед и вглубь;

- *принцип вариативности* – рассматриваются различные приемы и методы решения с различных точек зрения: стандартность и оригинальность, объем вычислительной и исследовательской работы;
- *принцип самоконтроля* – невозможность подстроиться под ответ вынуждает делать регулярный и систематический анализ своих ошибок и неудач;
- *принцип регулярности* – увлеченные математикой дети с удовольствием дома индивидуально исследуют задачи, т. е. занятия математикой становятся регулярными, а не от случая к случаю на уроках.
- *принцип последовательного нарастания сложности*.

Курс предназначенся учащимся, изучающим математику в общеобразовательных классах и в других профилях, как возможность восполнить пробелы их предыдущей подготовки по математике.

Данный курс имеет прикладное и общеобразовательное значение, способствует развитию логического мышления учащихся и использует целый ряд межпредметных связей. Данный курс способствует систематизации знаний при подготовке к выпускным экзаменам. Используются различные формы организации занятий, такие как лекция и семинар, групповая, индивидуальная деятельность учащихся. Результатом предложенного курса должна быть успешная сдача ЕГЭ.

В результате изучения этого курса будут использованы приемы парной, групповой деятельности для осуществления элементов самооценки, взаимооценки, умение работать с математической литературой и выделять главное.

Содержание основных разделов курса

Введение. Понятие уравнений с параметрами. Первое знакомство с уравнениями с параметром.

Тема 1. Линейные уравнения, их системы и неравенства с параметром.

Линейные уравнения с параметром. Алгоритм решения линейных уравнений с параметром. Решение линейных уравнений с параметрами. Зависимость количества корней в зависимости от коэффициентов a и b . Решение уравнений с параметрами при наличии дополнительных условий к корням уравнения. Решение уравнений с параметрами, приводимых к линейным. Линейные неравенства с параметрами. Решение линейных неравенств с параметрами. Классификация систем линейных уравнений по количеству решений (неопределенные, однозначные, несовместные). Понятие системы с параметрами. Алгоритм решения систем линейных уравнений с параметрами. Параметр и количество решений системы линейных уравнений.

Тема 2. Квадратные уравнения и неравенства.

Понятие квадратного уравнения с параметром. Алгоритмическое предписание решения Квадратных уравнений с параметром. Решение квадратных уравнений с параметрами. Зависимость, количества корней уравнения от коэффициента a и дискриминанта. Решение с помощью графика. Применение теоремы Виета при решении квадратных уравнений с параметром. Решение квадратных уравнений с параметрами при наличии дополнительных условий к корням уравнения. Расположение корней квадратичной функции относительно заданной точки. Задачи, сводящиеся к исследованию расположения корней квадратичной функции. Решение квадратных уравнений с параметром первого типа («для каждого значения параметра найти все решения уравнения»). Решение квадратных уравнений второго типа («найти все значения параметра, при каждом из которых уравнение удовлетворяет заданным условиям»). Решение квадратных неравенств с параметром первого типа. Решение квадратных неравенств с параметром второго типа.

Тема 3. Аналитические и геометрические приемы решения задач с параметрами.

Использование графических иллюстраций в задачах с параметрами. Использование ограниченности функций, входящих в левую и правую части уравнений и неравенств. Использование симметрии аналитических выражений. Метод решения относительно параметра. Применение равносильных переходов при решении уравнений и неравенств с параметром.

Тема 4. Решение различных видов уравнений и неравенств с параметрами.

Решение тригонометрических уравнений, неравенств с параметром. Решение логарифмических уравнений, неравенств с параметром. Решение иррациональных уравнений, неравенств с параметром.

Методические рекомендации по содержанию и проведению занятий

Введение. Понятие уравнений с параметрами. Первое знакомство с уравнениями с параметром. (2 часа)

Элективный курс целесообразно начать с вводного (организационного) занятия, где учитель знакомит учащихся с содержанием и структурой курса, объемом и видом самостоятельных работ, а также формой итоговой работы, которую они выполняют в конце изучения курса. На первом занятии рекомендуется предложить учащимся темы и обсудить их для выступлений на практических занятиях.

Во второй части вводного занятия рекомендуется перейти к раскрытию понятий уравнения с параметром как семейства уравнений, равносильности уравнений, понятия уравнения с параметром, рассмотреть примеры задач, приводящих к уравнению с параметром и решения некоторых уравнений с параметром.

Тема 1. Линейные уравнения, их системы и неравенства с параметром. (20 часов)

При изучении темы на уроке дается понятие линейных уравнений с параметром, рассматриваются три случая зависимости количества корней от значения коэффициентов a и b . Здесь же необходимо начать решение уравнений с параметрами при наличии дополнительных условий к корням уравнения.

На последующих уроках необходимо рассмотреть понятие линейных неравенств с параметрами, на практическом занятии необходимо повторить свойства линейных неравенств и использовать их при решении линейных неравенств с параметрами.

Далее необходимо рассмотреть уравнения и неравенства с параметрами, содержащих знак модуля. Ввести классификацию систем линейных уравнений по количеству решений (неопределенные, однозначные), дать понятие системы с параметрами и алгоритм решения систем линейных уравнений с параметрами.

Тема 2. Квадратные уравнения и неравенства. (20 часов)

Данная тема – самая главная и основная тема курса, именно здесь отводится больше часов для изучения, на уроках необходимо ввести понятие квадратного уравнения с параметром, обратив внимание на неравенство нулю коэффициента a , рассмотреть зависимость корней уравнения от коэффициента a и дискриминанта, записать алгоритм решения квадратных уравнений с параметром. На практическом занятии целесообразно рассмотреть решение квадратных уравнений с параметрами при наличии дополнительных условий к корням уравнения.

В содержании данной темы раскрываются теоретические сведения о нахождении корней квадратного трехчлена в зависимости от значений параметров. Учащиеся должны представлять, как может проходить график параболы в том или ином случае.

Тема 3. Аналитические и геометрические приемы и методы решения задач с параметрами. (10 часов)

На этих уроках нужно рассмотреть различные приемы и методы решения уравнений с параметрами. Учащиеся должны понимать, что красота и краткость решения зачастую зависят от выбора пути решения задания. Необходимо подчеркнуть, какие именно задачи удобнее всего решать графическим методом.

Тема 4. Решение различных видов уравнений и неравенств с параметрами. (12 час)

Обобщение и систематизация знаний учащихся в ходе решения задач различного типа. Эти уроки предполагается проводить в виде практикумов.

**Календарно-тематическое планирование
«Решение уравнений и неравенств с параметрами»**

№ п/п	Тема	Кол-во часов	Дата
Введение (2 часа)			
1	Первое знакомство с уравнениями с параметром	1	
2	Понятие уравнения с параметрами	1	
Линейные уравнения, их системы и неравенства с параметрами (20 часов)			
3	Решение линейных уравнений с параметрами	1	
4	Зависимость количества корней от значения коэффициентов a и b	1	
5	Решение линейных уравнений с параметрами при наличии дополнительных условий к корням уравнений	3	
6	Решение уравнений, приводимых к линейным	2	
7	Решение уравнений, содержащих знак модуля	4	
8	Решение систем линейных уравнений (с двумя переменными) с параметрами	2	
9	Решение систем уравнений с двумя переменными с параметрами	2	
10	Параметр и количество решений системы линейных уравнений	1	
11	Решение линейных неравенств с параметрами	1	
12	Решение линейных неравенств с параметрами с помощью графической интерпретации	1	
13	Решение линейных неравенств, содержащих параметры	1	
14	Практикум по решению линейных уравнений, их системы и неравенства с параметрами	1	
Квадратные уравнения и неравенства (20 часов)			
15	Решение квадратных уравнений с параметрами	1	
16	Использование теоремы Виета при решении квадратных уравнений с параметрами	2	
17	Решение уравнений с параметрами, приводимых к квадратным	2	
18	Расположение корней квадратного уравнения в зависимости от параметра	2	
19	Решение квадратных уравнений второго типа	1	
20	Нахождение значений параметра, при каждом из которых уравнение удовлетворяет заданным условиям	2	
21	Взаимное расположение корней двух квадратных уравнений	1	
22	Решение квадратных неравенств с параметрами	2	
23	Решение неравенств методом интервалов	2	
24	Нахождение заданного количества решений уравнения или неравенства	1	
25	Практикум по решению квадратных уравнений и неравенств	4	

Аналитические и геометрические приемы решения задач с параметрами (10 часов)			
26	Графический метод решения задач с параметрами	1	
27	Использование графических иллюстраций в задачах с параметрами	1	
28	Применение понятия «пучок прямых на плоскости»	1	
29	Фазовая плоскость	1	
30	Использование симметрии аналитических выражений	1	
31	Решение относительно параметра	1	
32	Область определения помогает решать задачи с параметром	1	
33	Использование метода оценок и экстремальных свойств функции	1	
34	Равносильность при решении задач с параметрами	1	
35	Решение различных видов уравнений и неравенств с параметрами	1	

Литература

1. Айвазян Д.Ф. Математика. 10 – 11 классы. Решение уравнений и неравенств с параметрами: элективный курс / авт.-сост. Д.Ф. Айвазян. – Волгоград: Учитель, 2009.
2. Амелькин В.В. Задачи с параметрами [Текст] / В. В. Амелькин, В. Л. Рабцевич. – М.: Асар, 1996.
3. Беляев С.А. Задачи с параметрами: методическая разработка для учащихся Заочной школы «Юный математик» при ВЗМШ и МЦНМО. – М.: МЦНМО, 2009.
4. Горнштейн П.И., Полонский В.Б., Якир М.С. Задачи с параметрами. – М.: Илекса, Харьков: Гимназия, 2005.
5. Карасев В. Решение задач с параметрами [Текст] / В. Карасев, Г. Левшина, И. Данченков // Математика. – 2005. №4.
6. Крамор В. С. Примеры с параметрами и их решение: пособие для поступающих в вузы/ В.С. Крамор. - М.: АРКТИ, 2000.
7. Кривчикова Э. Тема «Уравнения и системы уравнений» в курсе алгебры 11 класса/ Э. Кривчикова // Математика. – 2004. №37.-с. 18-37.
8. Муравин Г.К. Уравнения, неравенства и их системы [Текст]: фрагмент учебника Г.К. Муравина О.В., Муравиной Г.К. // Математика. – 2003.
9. Сканави М.И. Полный сборник задач для поступающих в ВУЗы. Группа повышенной сложности /Под редакцией М.И. Сканави. – М.: ООО «Издательство «Мир и образование»: Мн.: ООО «Харвест», 2006.
10. Цыганов Ш. Десять правил расположения корней квадратного трехчлена [Текст] / Ш. Цыганов // Математика. – 2002. №18.-с. 19-23.
11. Шабунин М.И., Уравнения и системы уравнений с параметрами / Математика в школе. – 2003. №7. -с. 10-14.
12. Шахмейстер А.Х. Задачи с параметрами в ЕГЭ. – СПб.: «ЧеРо-на-Неве», 2004.