

ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ ГОРОДА МОСКВЫ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
«Школа № 1210»

**ГБОУ Школа № 1210**

Принята на заседании  
методического совета  
Протокол № 1  
от «25» 08 20 17 года



**ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБЩЕРАЗВИВАЮЩАЯ ПРОГРАММА**

**«Занимательная математика 8»**

Направленность: естественнонаучная  
Уровень программы: ознакомительный  
Возраст обучающихся: 14 лет  
Срок реализации: 1 год

**Автор-составители:**  
Маслова Елена Александровна,  
педагог дополнительного образования

Москва, 2017

## Пояснительная записка

Образовательная программа «Занимательная математика для 8 класса» имеет **естественнонаучную** направленность.

**Актуальность.** На современном этапе в России идет постепенный подъем науки, промышленности, неуклонно растет наукоемкость производства. Все возрастающая интеллектуализация всех сфер деятельности человека (производства, экономики, труда, обработки информации и т.д.) требует высококвалифицированных специалистов, владеющих, в том числе и определенным математическим аппаратом, основами математической логики и математического анализа.

Для успешного и глубокого изучения предмета необходим творческий подход, основанный на решении нестандартных задач, освоении разнообразных математических методов и теорий, возможность которого в рамках дополнительного образования в отличие от школьного, намного шире.

**Педагогическая целесообразность.** При освоении практически любой области науки и техники требуется владение определенным математическим аппаратом. Он лежит в основе изучения физических, химических, биологических, социальных процессов, позволяя создать математическую модель, описывающую данные процессы. Навыки, приобретаемые детьми в ходе обучения по данной программе, необходимы им и при обучении по другим предметам и направлениям.

При обучении по данной программе происходит овладение обучающимися основами логического мышления и математического аппарата на основе решения задач на тематических занятиях и знакомства с небольшим количеством теоретического материала по следующим направлениям: комбинаторика, графы, четность, инвариант, правило крайнего, математические игры, делимость и др. Эти темы общедоступны для обучающихся 13-14 лет.

**Цель:** научить обучающихся анализу и решению сложных нестандартных математических задач посредством формирования математического мышления и развития интеллектуальной активности.

Для достижения поставленной цели решаются следующие **задачи**.

### Обучающие:

- дать знания теоретического материала из различных математических теорий (теория чисел, теория информации, теория графов);
- дать знания по основам математического анализа;
- ознакомить с некоторыми математическими методами решения задач (метод спуска, метод от противного, метод математической индукции).

### Развивающие:

- развить навыки самостоятельной работы при решении нестандартных математических задач;
- обучить основам научной дискуссии;
- развить умение выстраивать цепь логических суждений, аргументации и доказательств;
- развить умение работать со справочной и специальной литературой;
- развить абстрактное мышление.
- развить умение работать в команде.

### Воспитательные:

- повысить коммуникативные способности обучающихся;
- воспитать целеустремленность в достижении творческих результатов;
- воспитать уважительное отношение к окружающим.

**Отличие** данной программы: Данная программа рассчитана на широкий круг детей, интересующихся предметом, развивает математическое мышление на темах, связанных с решением нестандартных задач и отличается изучением больших разделов математической теории. **Особенностью** данной программы является привлечение обучающихся уже на ранних сроках обучения (4–6 недель) к участию в математических олимпиадах, турнирах, матчах разных уровней.

**Возраст** детей 13–14 лет.

**Срок реализации программы** – 1 год.

В ходе обучения по программе большое внимание уделяется подготовке к участию в российских естественнонаучных конференциях школьников, математических олимпиадах и турнирах, математических боях. В результате занятий по данной программе дети учатся самостоятельно работать с литературой, осваивают новые предметные области, применяют накопленные знания в смежных областях.

**Формы и режим занятий.** Занятия ведутся один раз в неделю по два часа. В конце каждого часа 15-и минутный перерыв. В ходе изучения предмета широко используются различные формы обучения: фронтальные занятия, сочетающие теоретическую и практическую части; математические олимпиады; интеллектуальные турниры различных уровней; математические регаты и турниры математических боев; соревнования в Интернете в режиме «он-лайн».

**Ожидаемые результаты и способы их проверки.**

В конце обучения дети смогут освоить теоретический материал из основ теории информации, теории графов, смогут освоить такой раздел математики, как геометрические построения, познакомятся с некоторыми математическими методами решения задач (метод спуска, метод от противного, метод решения задач с конца), будут обладать навыками логического мышления и математической аргументации, приобретут навыки самостоятельной работы с литературой.

Также дети научатся решать сложные и нестандартные математические задачи, углубят знания теоретического материала из теории чисел, теории графов, теории информации, некоторых разделов геометрии. Обучающиеся будут владеть навыками самостоятельной работы при решении нестандартных математических задач; смогут осознать взаимосвязь математики с другими областями знаний.

Стройность суждений, способов доказательств, математической аргументации, развиваемые у обучающихся в рамках образовательной программы по математике, позволит им перенести выработанные навыки для решения широкого круга задач в различных областях деятельности человека. Полученный результат оценивается на итоговом занятии – олимпиаде, а также по результатам выступлений на олимпиадах различных уровней.

Результат обучения по программе оценивается по количеству решенных обучающимся в течение года задач, а также по результатам выступлений на олимпиадах и других математических соревнованиях различных уровней.

Результат работы ребенка в зависимости от количества решенных им задач в течение всего года оценивается по следующей шкале:

- менее 15% решенных ребенком задач – слабый уровень подготовки;
- 15% – 39% решенных ребенком задач – удовлетворительный уровень подготовки;
- 40% – 69% решенных ребенком задач – средний уровень подготовки;
- 70% – 100% решенных ребенком задач – сильный уровень подготовки.

## Учебно-тематический план

№ темы	Название разделов и тем	Кол-во часов		
		теоретических	практических	Всего
<b>1.</b>	<b>Вводное занятие. Техника безопасности.</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>2</b>
<b>2.</b>	<b>Вписанная и описанная окружности</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>2</b>
<b>3.</b>	<b>Последовательности и регрессии</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>4</b>
<b>4.</b>	<b>Теория чисел</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>12</b>
4.1.	Введение в теорию чисел	1	1	2
4.2.	Пифагоровы тройки	1	1	2
4.3.	Простые числа. Основная теорема арифметики. Решето Эратосфена.	2	2	4
4.4	Полуинварианты и инварианты в теории чисел	1	1	2
4.5	Применения принципа Дирихле для решения задач теории чисел	1	1	2
<b>5.</b>	<b>Графы</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>6</b>
5.1.	Четность в задачах на графы. Лемма о рукопожатиях.	1	1	2
5.2.	Связные графы. Теорема Эйлера.	2	2	4
<b>6.</b>	<b>Последовательность Фибоначчи</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>2</b>
<b>7.</b>	<b>НОК и НОД. Алгоритм Евклида</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>2</b>
<b>8.</b>	<b>Игры и фокусы</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>2</b>
<b>9.</b>	<b>Комбинаторика. Сочетания. Бином Ньютона. Связь с треугольником Паскаля</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>4</b>
<b>10.</b>	<b>Теория информации и кодирование. Понятие бита.</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>2</b>
<b>11.</b>	<b>Геометрия</b>	<b>7</b>	<b>7</b>	<b>14</b>
11.1.	Теорема Чевы. Теорема Менелая.	2	2	4
11.2.	Прямая Эйлера.	1	1	2
11.3.	Параллельный перенос и другие движения плоскости	1	1	2
11.4.	Гомотетия	1	1	2
11.5.	Прямая Гаусса.	1	1	2
11.6.	Задача Ферма и точка Торричелли	1	1	2
<b>12.</b>	<b>Подготовка и участие в математических олимпиадах</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>12</b>
12.1	Подготовка к участию в математических олимпиадах	4	2	6
12.2	Разбор олимпиадных задач	4	8	12
<b>13.</b>	<b>Итоговое занятие</b>	<b>-</b>	<b>2</b>	<b>2</b>
	<b>Всего:</b>	<b>34</b>	<b>38</b>	<b>72</b>

# Содержание программы

**Раздел 1. Вводное занятие. Техника безопасности.** Проведение инструктажа по технике безопасности.

Практическая часть. Решение задач по материалам 1-ого года обучения для оценки знаний обучающихся на начало учебного года.

**Раздел 2. Вписанная и описанная окружности.** Вписанная и описанная окружности. Вневыписанная окружность. Основные свойства. Примеры решения задач.

Практическая часть. Решение задач.

**Раздел 3. Последовательности и регрессии.** Арифметическая прогрессия. Геометрическая прогрессия. Вывод формулы суммы бесконечной геометрической прогрессии и арифметической прогрессий. Применение прогрессий при решении задач.  
Практическая часть. Решение задач на бесконечные геометрические и арифметические прогрессии.

## Раздел 4. Теория чисел.

**Тема 4.1. Введение в теорию чисел.** Методы решения задач в целых числах. Основные типы ошибок. Решение задач с помощью модулей. Свойства квадратов и кубов целых чисел.

Практическая часть. Решение задач.

**Тема 4.2. Пифагоровы тройки.** Египетский треугольник. Нахождение пифагоровых троек.

Практическая часть. Решение задач.

**Тема 4.3. Простые числа. Основная теорема арифметики. Решето Эратосфена.** Простые числа. Методы решения задач в целых числах. Формулировка основной теоремы арифметики и ее применение. Решето Эратосфена.

Практическая часть. Решение задач.

**Тема 4.4. Полуинварианты и инварианты в теории чисел.** Инварианты и полуинварианты. Задачи-игры. Применение инвариантов при решении задач теории чисел.

Практическая часть. Решение задач.

**Тема 4.5. Применения принципа Дирихле для решения задач теории чисел.** Примеры применения принципа Дирихле при решении задач теории чисел. Комбинированные методы решения задач теории чисел. Решение уравнений в целых числах.

Практическая часть. Разбор и решение многочисленных примеров и задач.

## Раздел 5. Графы.

**Тема 5.1. Четность в задачах на графы. Лемма о рукопожатиях.** Графическое изображение условия задачи. Задача о столбах и проводах. Формулировка и доказательство леммы о рукопожатиях. Различные формулировки.

Практическая часть. Решение задач.

**Тема 5.2. Связные графы. Теорема Эйлера.** Понятие связности графа. Отличие ориентированных графов. Формулировка и доказательство теоремы Эйлера. Примеры решения задач.

Практическая часть. Решение задач.

**Раздел 6. Последовательность Фибоначчи.** Рекуррентные формулы. Последовательность Фибоначчи и ее применение. Разбор упражнений.

Практическая часть. Решение задач.

**Раздел 7. НОК и НОД. Алгоритм Эвклида.** НОК и НОД, их свойства. Применение в решении задач. Алгоритм Эвклида.

Практическая часть. Решение задач.

**Раздел 8. Игры и фокусы.** Основные стратегии. Математические игры и математические фокусы. Подсчет вариантов.

Практическая часть. Разбор задач и упражнений.

**Раздел 9. Комбинаторика. Сочетания. Бином Ньютона. Связь с треугольником Паскаля.** Подсчет сочетаний. Упорядоченные и неупорядоченные наборы и их различие. Примеры решения задач. Бином Ньютона. Связь с треугольником Паскаля. Формулы сокращенного умножения.

Практическая часть. Решение вычислительных и комбинаторных задач.

**Раздел 10. Теория информации и кодирование. Понятие бита.** Двоичная и другие позиционные системы счисления. Кодирование. Теория информации. Понятие бита информации. Задача о 3 лампочках (нецелое количество битов информации). Применение при решении математических задач. Булев куб. Примеры решения задач и упражнений.  
Практическая часть. Разбор задач.

### **Раздел 11. Геометрия.**

**Тема 11.1. Теорема Чевы. Теорема Менелая.** Доказательство теоремы Чевы. Точки пересечения медиан, высот, биссектрис. Примеры применения для решения геометрических задач. Теорема Менелая и ее применение.

Практическая часть. Решение многочисленных упражнений и олимпиадных геометрических задач.

**Тема 11.2. Прямая Эйлера.** Прямая Эйлера. Методы доказательства конгруэнтности точек.

Практическая часть. Решение задач.

**Тема 11.3. Параллельный перенос и другие движения плоскости.** Задачи об оптимальном пути. Применение параллельного переноса и зеркального отражения при решении задач. Основные виды движений. Основные свойства и методы решений задач.

Практическая часть. Решение задач.

**Тема 11.4. Гомотетия.** Гомотетия. Основные свойства. Основные приемы решения задач. Применение гомотетии для доказательства существования прямой Эйлера. Практическая часть. Разбор и решение задач.

**Тема 11.5. Прямая Гаусса.** Серединный перпендикуляр и его свойства. Четырехсторонник. Прямая Гаусса.

Практическая часть. Решение задач.

**Тема 11.6. Задача Ферма и точка Торричелли.** Точка Торричелли. Связь с формулировкой задачи Эйлера. Необходимые дополнительные построения. Решение сопутствующих задач и упражнений.

Практическая часть. Решение задач.

### **Раздел 12. Подготовка и участие в математических олимпиадах**

**Тема 12.1. Подготовка к участию в математических олимпиадах.** Разбор олимпиадных задач по материалам прошлых олимпиад.

**Тема 12.2. Разбор олимпиадных задач.** Разбор и обсуждение задач математических соревнований, в которых участвовали обучающиеся в текущем году.

### **Раздел 13. Итоговое занятие.**

Практическая часть. Итоговая олимпиада. Аттестация обучающихся. Подведение итогов.

### **Формы аттестации и оценочные материалы**

Основными формами подведения итогов реализации дополнительной образовательной программы являются итоговые олимпиады.

Средствами контроля являются тестовые задания.

Оценочные материалы: тестовые материалы, олимпиадные задания.

### **Организационно-педагогические условия реализации программы.**

#### **Учебно-методическое и информационное обеспечение программы**

Основная роль педагога на занятиях по данной программе – не в том, чтобы рассказывать и объяснять, а в том, чтобы тщательно проверять, разбираться в любых ошибках, сохраняя искренний интерес ко всем успехам обучающегося. Этот интерес и является "золотым ключиком", который имеется в руках педагога, а вовсе не «двойки» и «пятерки». Основные принципы работы по дополнительной образовательной программе «Математика. Ступени\_б»: тщательность, неторопливость и самостоятельность. В программу включаются некоторые ключевые темы, которые, разумеется, не охватывают всю математику. Кроме обычных школьных тем, встречаются начала анализа, теория алгоритмов, некоторые темы высшей алгебры. Обычно лучше всего идут начала анализа – они способны надолго увлечь большинство обучающихся. Но выбор тем сильно зависит от педагога, от его способности с глубоким интересом относиться к теме и к работе обучающихся в ней.

Тщательность означает, что тема проходится не временно, а окончательно (что не исключает последующего возврата к теме на новом уровне). Потеря тщательности ведет к потере интереса. Ребёнок, который один раз чего-то недопонял, другой раз чего-то недопонял, «засоряет», наконец, своё обучение до того, что ему становится невозможно учиться дальше. Наоборот, тщательность позволяет находить в обычных вещах все новый интерес. Очень важен индивидуально-личностный подход к каждому обучающемуся. Неторопливость означает, что на каждую «трудность» уходит столько времени, сколько нужно.

Самостоятельность означает, что значительная часть теоретического материала, выполняется обучающимися самостоятельно – они сами доказывают или опровергают большинство предлагаемых решений задач и доказательств теорем. Прямой рассказ педагога малоэффективен. Дело в том, что начинающие не понимают математического языка. Например, мало кто из начинающих способных детей видит разницу между фразами: «для любого  $C$  найдется  $x$ , который больше  $C$ » и «найдется  $x$ , который больше любого  $C$ ». Много ли поймут обучающиеся из грамотного рассказа квалифицированного математика. Поэтому основным способом подсказки педагога становится структурирование материала.

Одна из форм работы учебных групп – это система листков. Каждый ученик получает задание (две-три страницы машинописного текста), которое называется листком и которое содержит набор определений и задач, соответствующих определенному разделу изучаемого курса.

Все обучающиеся получают одно и тоже задание, которое делится на основную (обязательную) и дополнительную части. Получив очередной листок, обучающийся самостоятельно разбирает новые понятия и определения и решает задачи, приведенные в этом листке. Каждая решенная и записанная школьником задача во время занятия обсуждается с педагогом и сдается ему. Уровень обсуждения данной задачи зависит от конкретного обучающегося и регулируется педагогом.

## Список литературы

### Литература для педагогов:

1. Барр Ст. Россыпи головоломок. – М.: Мир, 1978.
2. Визам Д., Герцег Я. Игра и логика. – М.: Мир, 1975.
3. Визам Д., Герцег Я. Многоцветная логика. – М.: Мир, 1978.
4. Виленкин Н.Я. Комбинаторика. – М.: Наука, 1964.
5. Виленкин Н.Я. Рассказы о множествах. – М.: Наука, 1969.
6. Виленкин Н.Я. Комбинаторика. – "Квант", 1971, № 1.
7. Виленкин Н.Я. Популярная комбинаторика. – М.: Наука, 1975.
8. Гарднер М. Математические головоломки и развлечения. – М.: Мир, 1971.
9. Гарднер М. Математические досуги. – М.: Мир, 1972.
10. Гарднер М. Математические новеллы. – М.: Мир, 1974.
11. Гарднер М. Есть идея! – М.: Мир, 1982.
12. Гарднер М. А ну-ка, догадайся! – М.: Мир, 1984.
13. Гарднер М. Крестики-нолики. – М.: Мир, 1988.
14. Гарднер М. Путешествие во времени. – М.: Мир, 1990.
15. Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В. Ленинградские математические кружки. – Киров, "АСА", 1994.
16. Гусев В.А., Орлов А.И., Розенталь А.Л. Внеклассная работа по математике в 6-8 классах. – М.: Просвещение, 1984.
17. Дынкин Е.Г., Успенский В.А. Математические беседы. – М.: ГИТТЛ, 1952.
18. Ежов И.И. и др. Элементы комбинаторики. – М.: Наука, 1977.

19. Кордемский Б.А. Математическая смекалка. – М.: ГИТТЛ, 1958.
20. Пойа Д. Как решать задачу. – М.: Учпедгиз, 1961.
21. Пойа Д. Математическое открытие. – М.: Наука, 1970.
22. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. – М.: Наука, 1975.
23. Радемахер Г.Р., Теплиц О. Числа и фигуры. – М.: Физматгиз, 1962.
24. Сикорский К.П.(сост.). Дополнительные главы по курсу математики 7-8 классов для факультативных занятий. – М.: Просвещение, 1969.
25. Смаллиан Р. Как же называется эта книга? – М.: Мир, 1981.
26. Смаллиан Р. Принцесса или тигр? – М.: Мир, 1985.
27. Смаллиан Р. Алиса в стране Смекалки. – М.: Мир, 1987.
28. Уфнаровский В.Л. Математический аквариум. – Кишинев: Штиинца. 1987.

#### **Литература для обучающихся:**

1. Бабинская И.Л. Задачи математических олимпиад. – М.: Наука, 1975.
2. Васильев Н.Б., Молчанов С.А., Розенталь А.Л., Савин А.П. Математические соревнования (геометрия). – М.: Наука, 1974.
3. Васильев Н.Б., Гутенмахер В.Л., Работ Ж.М., Тоом А.Л. Заочные математические олимпиады. – М.: Наука, 1986.
4. Гальперин Г.А., Толпыго А.К. Московские математические олимпиады. – М.: Просвещение, 1986.
5. Германович П.Ю. Сборник задач по математике на сообразительность. – М.: Учпедгиз, 1960.
6. Дынкин Е.Б., Молчанов С.А., Розенталь А.Л. Математические соревнования. Арифметика и алгебра. – М.: Наука, 1970.
7. Дынкин Е.Б., Молчанов С.А., Розенталь А.Л., Толпыго А.К. Математические задачи. – М.: Наука, 1971.
8. Зубелевич Г.И. Сборник задач Московских математических олимпиад (V-VIII классы). – М.: Просвещение, 1971.
9. Леман А.А. Сборник задач Московских математических олимпиад. – М.: Просвещение, 1965.
10. Островский А.И. 75 задач по элементарной математике – простых, но... – М.: Просвещение, 1966.
11. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии. Части 1,2. – М.: Наука, 1986.
12. Рубанов И.С., Гершкович В.Я., Молочников И.Е. Методические материалы для внеклассной работы со школьниками по математике. – Л.: Ленинградский дворец пионеров, 1973.
13. Сергеев И.Н., Олехник С.Н., Гашков С.Б. Примени математику. – М.: Наука, 1989.
14. Шклярский Д.О., Ченцов Н.Н., Яглом И.М. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Арифметика и алгебра. – М.: Наука, 1965.



Утверждаю  
Директор ГБОУ СОШ №1210  
Сехин  
С.С.

### Календарно-тематический план

Дата	Тема занятия
07.09.2017	Вводное занятие. Техника безопасности. Разные задачи.
14.09.2017	Вписанная и описанная окружности
21.09.2017	Последовательности и регрессии
28.09.2017	Последовательности и регрессии
12.10.2017	Введение в теорию чисел
19.10.2017	Пифагоровы тройки
26.10.2017	Простые числа. Основная теорема арифметики. Решето Эратосфена.
02.11.2017	Простые числа. Основная теорема арифметики. Решето Эратосфена.
16.11.2017	Полуинварианты и инварианты в теории чисел
23.11.2017	Применения принципа Дирихле для решения задач теории чисел
30.11.2017	Четность в задачах на графы. Лемма о рукопожатиях.
07.12.2017	Связные графы. Теорема Эйлера.
14.12.2017	Связные графы. Теорема Эйлера.
21.12.2017	Последовательность Фибоначчи
28.12.2017	НОК и НОД. Алгоритм Эвклида
11.01.2018	Игры и математические фокусы
18.01.2018	Комбинаторика. Сочетания. Бином Ньютона. Связь с треугольником Паскаля
25.01.2018	Комбинаторика. Сочетания. Бином Ньютона. Связь с треугольником Паскаля
01.02.2018	Теория информации и кодирование. Понятие бита.
08.02.2018	Подготовка к участию в математических олимпиадах. Разбор олимпиадных задач по материалам прошлых олимпиад.
15.02.2018	Подготовка к участию в математических олимпиадах. Разбор олимпиадных задач по материалам прошлых олимпиад.
01.03.2018	Теорема Чевы. Теорема Менелая.
15.03.2018	Теорема Чевы. Теорема Менелая.
22.03.2018	Прямая Эйлера.
29.03.2018	Параллельный перенос и другие движения плоскости
05.04.2018	Гомотетия
19.04.2018	Прямая Гаусса.
26.04.2018	Задача Ферма и точка Торричелли
03.05.2018	Подготовка к участию в математических олимпиадах. Разбор олимпиадных задач по материалам прошлых олимпиад.
10.05.2018	Разбор и решение олимпиадных задач.
17.05.2018	Разбор и решение олимпиадных задач.
24.05.2018	Разбор и решение олимпиадных задач.
19.04.2018	Итоговая олимпиада. Подведение итогов.